SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

RAZ. MATEMÁTICO

Tema: OPERACIONES MATEMÁTICAS III

Docente: Rosa Santos Cueva

academiacesarvallejo.edu.pe

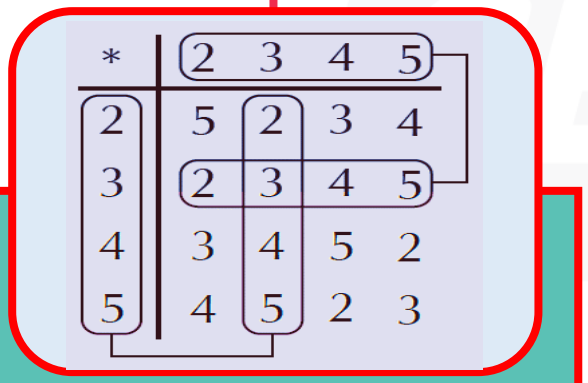
Objetivos

- Aplicar y analizar de manera correcta las propiedades de la existencia del elemento neutro y de la existencia del elemento inverso de las operaciones matemáticas.

*	1	2	3	4
1	3	4	1	2
2	4	1	2	3
3	1	2	3	4
4	2	3	4	1

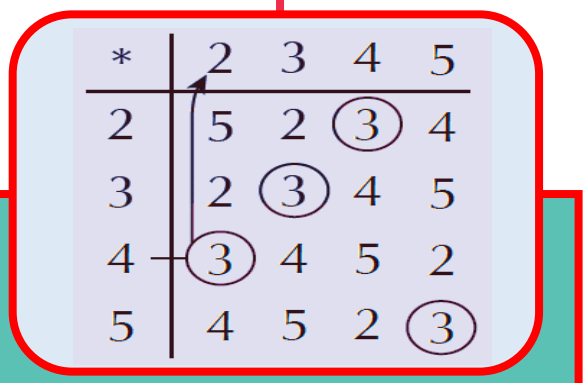
e = 3

OPERACIONES MATEMÁTICAS III



*	2	3	4	5
2	5	2	3	4
3	2	3	4	5
4	3	4	5	2
5	4	5	2	3

EXISTENCIA DEL ELEMENNTO NEUTRO



*	2	3	4	5
2	5	2	(3)	4
3	2	(3)	4	5
4	(3)	4	5	2
5	4	5	2	(3)

EXISTENCIA DEL ELEMENTO INVERSO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

EXISTENCIA DEL ELEMENTO NEUTRO

Sea $\boldsymbol{e}$ un elemento del conjunto A, tal que al operarlo con cualquier elemento $\boldsymbol{a}$, también del conjunto A, tanto a derecha como izquierda, da como resultado el mismo elemento $\boldsymbol{a}$.

Si este elemento $\boldsymbol{e}$ existe, se denominará elemento neutro.

$$\exists!\ \boldsymbol{e} \in \boldsymbol{A} / \forall\, \boldsymbol{a} \in \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{a} * \boldsymbol{e} = \boldsymbol{e} * \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$$

Ejemplo 1:

- En la adición, el elemento neutro es el 0.

  $a + 0 = 0 + a = a$ ➡ e = 0

- En la multiplicación el elemento neutro es el 1

  $a \times 1 = 1 \times a = a$ ➡ e=1

Nota

Si una operación matemática tiene elemento neutro, éste es único

Aplicación 1:

Se define en $\mathbb{Z}$: $a\#b = a + b + 5$. ¿ Cuál es, si tiene, el elemento neutro?

A) -1 B) 2 C) 3 D) -4 E) -5

Resolución:

Nos piden: El elemento neutro

Por definición, operamos el neutro por izquierda y por derecha.

$e \# a = a$

$e + a + 5 = a$

$e = -5$

$a \# e = a$

$a + e + 5 = a$

$e = -5$

Se observa que, para ambos casos, $\boldsymbol{e}$ tiene el mismo valor

∴ El elemento neutro es -5

Aplicación 2:

Se define en A= {m; n; p; q}

*	m	n	p	q
m	q	m	n	p
n	m	n	p	q
p	n	p	q	m
q	p	q	m	n

¿Cuál es, si tiene, el elemento neutro?

A) m
B) p
C) n
D) q
E) d

Un elemento e que cumpla solamente $a * \boldsymbol{e} = a$ se llama **elemento neutro por la derecha.** Cuando la UNI dice neutro debemos buscar que se obtenga lo mismo a ambos lados.

Resolución:

Nos piden: El elemento neutro.

Criterio de la intersección

- Ubicar en el cuerpo de la tabla, una columna igual a la columna de entrada y una fila igual a la fila de entrada
- La intersección de la fila y la columna mencionadas nos dará el elemento neutro

*	m	n	p	q
m	q	m	n	p
n	m	n	p	q
p	n	p	q	m
q	p	q	m	n

Filas iguales

Columnas iguales

∴ El elemento neutro es n

Si una operación no es conmutativa aún puede tener elemento neutro. Que sea conmutativa no asegura que tenga neutro.

EXISTENCIA DEL ELEMENTO INVERSO

En una operación, con elemento neutro (e), tenemos un elemento $\boldsymbol{a} \in A$, de modo tal que para éste, existe un elemento $\boldsymbol{a^{-1}} \in A$ que al ser operado, tanto a la derecha como a la izquierda de $\boldsymbol{a}$, da como resultado el elemento neutro de la operación. Dicho elemento $\boldsymbol{a^{-1}}$ es denominado elemento inverso de $\boldsymbol{a}$.

$$Dado\ \boldsymbol{e} \in \boldsymbol{A}, \forall\ \boldsymbol{a} \in\ \boldsymbol{A}, \exists\ \boldsymbol{a^{-1}} \in \boldsymbol{A}\ /\ \boldsymbol{a} * \boldsymbol{a^{-1}} = \boldsymbol{a^{-1}} * \boldsymbol{a} = \boldsymbol{e}$$

e : Elemento neutro $\qquad$ $\boldsymbol{a^{-1}}$: Elemento inverso de a

Nota

Se usa el símbolo $\mathbf{a^{-1}}$ para denotar al elemento inverso de **a**. No debe confundirse con la definición de exponente negativo. Luego $\mathbf{a^{-1}}$ no necesariamente es $\frac{1}{a}$

La adición en $\mathbb{R}$

	inverso aditivo	neutro aditivo
3 +	(– 3)	= 0
5 +	(– 5)	= 0
9 +	(– 9)	= 0
⋮	⋮	⋮
a +	(– a)	= 0

La multiplicación en $\mathbb{R}$

	inverso aditivo	neutro aditivo
4 x	$\frac{1}{4}$	= 1
6 x	$\frac{1}{6}$	= 1
7 x	$\frac{1}{7}$	= 1
⋮	⋮	⋮
a x	$\frac{1}{a}$	= 1

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Aplicación 3:

Se define $a@b = a + b - 100$. Determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F).

I. El elemento neutro en esta operación es 100.
II. El elemento inverso de 100 es 200.

A) VV
B) FF
C) VF
D) FV
E) No se puede determinar

Aprenda estos dos que siempre los va a usar

Para neutro: $a * e = a$

Para inversos: $a * a^{-1} = e$

Resolución:

Nos piden: Determinar el valor de verdad de cada proposición.

I. El elemento neutro en esta operación es 100. **(V)**

Calculamos el elemento neutro:

$$a \ @ \ e \ = \ a$$

$$a + e - 100 = a$$

$$e = 100$$

II. El elemento inverso de 100 es 200. **(F)**

Calculamos el elemento inverso:

$$a \ @ \ a^{-1} \ = \ e$$

$$a + a^{-1} - 100 = 100$$

$$a^{-1} = 200 - a$$

Luego:

$$100^{-1} = 200 - 100$$

$$100^{-1} = 100$$

∴ El valor de verdad de las proposiciones es: VF

Aplicación 4:

En el conjunto E = {3; 4; 5} se define la operación * mediante la siguiente tabla:

*	3	4	5
3	4	5	3
4	5	3	4
5	3	4	5

Halle el elemento inverso de 4, según la tabla dada.

A) 0
B) 1
C) 3
D) 4
E) 5

Resolución:

Nos piden: El elemento inverso de 4.

Primero hallamos el elemento neutro ***e***

*	3	4	5
3	4	5	3
4	5	3	4
5	3	4	5

$e = 5$

Por definición de inversas

$3 * 3^{-1} = 4 \quad 4 * 4^{-1} = 3 \quad 5 * 5^{-1} = 5$

4 3 5

∴ El valor de $\mathbf{4^{-1}}$ es 3

Gráficamente

En el cuerpo de la tabla, señalamos el elemento neutro y procedemos a calcular los elementos inversos

*	3	4	5
3	4	5	3
4	5	3	4
5	3	4	5

$3^{-1} = 4$

$4^{-1} = 3$

$5^{-1} = 5$

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe